அத்தியாயம் **1**

கணங்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள்

"பன்மையையும் ஒருமையாகக் காண வைப்பது கணம்"
- கேன்டர்

1.1 அறிமுகம் (Introduction)

கணங்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள் மீதான செயல்பாடுகளின் கருத்தாக்கங்கள் கணிதவியலில் முக்கியத்துவமான இடத்தை வகிக்கிறது. ரஷ்யக் கணிதவியலாளர் லூஸின் (Luzin) என்பவர் சார்புகளின் செயல்பாடுகள் பற்றிய கருத்து தற்செயலாக உருவாகிவிடவில்லை என மிகச் சரியாகக் கூறியுள்ளார். அதனைப் பற்றிய கருத்து, காலப்போக்கில் பல மாற்றங்களுக்கு உட்படுத்தப்பட்டுள்ளது. கலிலியோ (Galileo) (1564-1642) என்ற கணிதவியலாளர், பிரபஞ்ச இயக்கங்களின் ஆய்வில் ஒரு கணியம் இன்னொரு கணியத்தினைச் சார்ந்திருப்பதினைத் தெளிவாகப் பயன்படுத்தியுள்ளார். டெகார்டே (Descartes) (1596-1650), இரு மாறிகளில் அமைந்த சமன்பாடுகளை, வடிவியல் வாயிலாக மாறிகளுக்கு இடையேயானத் தொடர்பாகக் குறிப்பிட்டார். லிப்னிட்ஸ் (Leibnitz) (1646–1716) தன்னுடைய 1673 ஆண்டின் ஒரு கையெழுத்து பிரதியில் "சார்பு" என்ற வார்த்தையைப் பயன்படுத்தியுள்ளார். ஒரு வளைவரையின் வெவ்வேறு புள்ளிகளில் மாறுபடும் மதிப்பைக் குறிக்கும் செயல்பாடாகச் சார்பினைப் பயன்படுத்தியுள்ளார். $y = f(x)$ என்கிற நவீன முறையான வரையறை தந்த பெருமை, காஸின் (Gauss) மாணவரான டிரிச்லெட் (Dirichlet) (1805–1859) என்பவரைச் சாரும். இருபதாம் நூற்றாண்டில், இச்சார்பு கருத்தாக்கங்கள், கணங்கள் மற்றும் எண்சார் அல்லது எண்சார்பற்ற மதிப்புகள் ஆகியவற்றிற்கிடையில் தனித்தன்மை வாய்ந்த பொதுவான ஒத்திசைவிற்கு நீட்டிக்கப்பட்டது.

கேன்டர் (Cantor) (1845–1918) என்பவரால் மேம்படுத்தப்பட்ட கணவியலில் சார்புகள் பற்றிய கருத்து செம்மைப்படுத்தப்பட்டது. இக்காலகட்டத்தில் ஒத்திசைவு பற்றிய கண்ணோட்டத்திலிருந்து தொடர்பு என்ற கண்ணோட்டத்திற்குக் கணிதவியலாளர்கள் மாறத் தொடங்கினர். ஆயினும் சார்பினை, தொடர்பு என்ற கண்ணோட்டத்தில் நோக்காது, கணக்கீட்டு விதியாகவே கருதும் நிலை இன்றும் தொடர்கிறது. தற்கால நவீன வரையறையானது, செயற்கை நுண்ணறிவை உருவாக்கும் நிலைக்கு ஏதுவான வகையில், தொடர்பு வரையறையின் அடிப்படையில் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

மெய்யெண்கள் மற்றும் மெய்யெண்களின் மீதான எண்ணியல் செயல்பாடுகள் பற்றிய கோட்பாடுகளை முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுள்ளோம். மேலும் மெய்யெண்களின் கணங்கள், வென்படங்கள், கணங்களின் கார்டீசியன் பெருக்கற்பலன்கள், தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகளின் அடிப்படை வரையறைகள் முதலியவற்றைப் பற்றியும் தெரிந்து கொண்டுள்ளோம். எனினும் 'தொடர்புகள் மற்றும் சார்புகள்' ஆகியவற்றின் கணிதக் கோட்பாடுகளுக்கு ஒரு புதிய பரிணாமத்தினை இங்குக் காணப் போகிறோம். இதனை நன்கு புரிந்து கொள்ள வேண்டுமெனில், கணங்கள் மற்றும் அதன் மீதான செயல்பாடுகளைப் பற்றிய மீள்பார்வை அவசியமாகிறது.

கேன்டர்
1845-1918

XI_Maths_Ch1_V-1_TM.indd 1 11/11/2024 12:12:10